Universitatea „1 Decembrie 1918” din Alba Iulia

Facultatea de Informatică și Inginerie

Specializarea Programare avansată și baze de date

Referat pentru disciplina

Modele ale cercetării operaționale

Tema:

**Problema transportului – metoda acoperirii zerourilor**

Studenta: Akmaral Seyidova

Alba Iulia

2024

**METODA ACOPERIRII ZEROURILOR**

**Scopul proiectului**

*Scopul acestui proiect este de a demonstra modul de rezolvare a problemei de transport, utilizând două metode diferite: metoda metoda de acoperire cu zerouri și Simplex.*

**Descrierea problemei de transport**

Problema de transport este o problemă clasică de optimizare liniară, unde trebuie să minimizăm costul transportului unui anumit produs de la mai mulți furnizori (sursă) către mai mulți clienți (destinație), ținând cont de capacitățile furnizorilor și cerințele clienților.

Metoda a fost elaborată de T. Egervahry şi W. Kuhn şi se bazează pe teoria lui König, de unde şi denumirea de algoritmul lui Egervahry Kuhn.

**Datele problemei:**

1. **Matricea costurilor** (cost\_matrix): o matrice care indică costurile de transport între fiecare furnizor și fiecare client.
2. **Cantitățile disponibile** (supply): o listă care indică cantitățile disponibile la fiecare furnizor.
3. **Cantitățile necesare** (demand): o listă care indică cerințele fiecărui client.

În utilizarea acestei metode se parcurg următoarele etape:

1. În tabelul cu distanţele (tab.1) pentru fiecare rând se scade distanţa cea mai mică a rândului din toate distanţele trecute în rândul respectiv. Se procedează în mod asemănător şi pe coloane. Se obţine astfel un nou tabel (tab. 2) care conţine pe fiecare rând şi pe fiecare coloană cel puţin câte o distanţă egală cu zero.

Tabelul 1

**Distanţele (în km) şi cantităţile de transport (în sute de t)**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** | **Cantităţi disponibile** |
| **A1** | **8**  X11 | **15**  X12 | **3**  X13 | **5**  X14 | **10**  X15 | **180** |
| **A2** | **2**  X21 | **7**  X22 | **4**  X23 | **20**  X24 | **8**  X25 | **80** |
| **A3** | **1**  X31 | **15**  X32 | **5**  X33 | **6**  X34 | **4**  X35 | **160** |
| **Cantităţi**  **necesare** | **60** | **100** | **80** | **120** | **60** | **420** |

Tabelul 2

**Scăderea distanţei celei mai mici pe rând**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |  |
| **A1** | **5** | **12** | **0** | **2** | **7** | **180** |
| **A2** | **0** | **5** | **2** | **18** | **6** | **80** |
| **A3** | **0** | **14** | **4** | **5** | **3** | **160** |
|  | **60** | **100** | **80** | **120** | **60** | **420** |

1. Acoperim, treptat, câte un rând în tabelul obţinut în etapa anterioară, împreună cu toate coloanele care conţin zerouri reaşezate pe rândul acoperit, până când epuizăm rândurile acestui tabel. Acoperim apoi câte două rânduri distincte împreună cu toate coloanele care conţin zerouri neaşezate în rândurile acoperite, până când se termină toate combinaţiile posibile. În mod asemănător se continuă cu acoperirile, combinând câte 3, 4 etc. rânduri distincte, până când s-au efectuat toate combinaţiile posibile. După fiecare acoperire efectuată se calculează suma cantităţilor disponibile şi necesare corespunzătoare rândurilor şi coloanelor acoperite. Dacă toate sumele calculate sunt mai mari sau cel puţin egale cu suma cantităţilor disponibile de transport şi a celor ce trebuie transportate, soluţia este optimă. În caz contrar, se trece la etapa următoare.
2. Se ia de bază suma cea mai mică faţă de totalul cantităţilor de transportat şi se taie toate rândurile şi coloanele corespunzătoare acoperirii respective, făcându-se apoi următoarele operaţii: se scade elementul minim netăiat din toate elementele netăiate; se adaugă acelaşi element minim la elementele duble tăiate; elementele tăiate o singură dată rămân neschimbate. Se reiau apoi operaţiile din etapa 2 şi se continuă până când se obţine sume mai mari sau egale cu suma datelor pe rânduri sau coloane. După aceea, soluţia ultimă se stabileşte în felul următor: pe rândul sau coloana cu cele mai puţin zerouri se trece pentru transport cantitatea posibilă maximă; se procedează apoi la fel pentru rândurile sau coloanele rămase cu cele mai puţine zerouri; se continuă apoi în mod asemănător până când tot disponibilul a fost repartizat.

Pentru concretizarea modului de utilizare a acestei metode vom lua un exemplu ipotetic. Să considerăm că 5 ferme de producţie vegetală urmează să fie aprovizionate cu gunoi de grajd de la trei ferme de creştere a animalelor. Luând ca bază de calcul distanţele şi cantităţile înscrise în tabelul anterior va trebui organizat transportul în aşa fel ca numărul de t.km (deci distanţele de transport să fie minim.

Problema se rezolvă pornind de la o soluţie iniţială la care putem ajunge prin metoda acoperirii zerourilor. În acest sens, se procedează astfel:

* din distanţele înscrise în pătrăţele se scade distanţa cea mai mică situată pe rândul respectiv şi înscriem datele în tabel;
* se face aceeaşi operaţie pentru datele din tabel, însă pe coloanele care nu conţin zerouri (respectiv col. 2, 4, 5) şi înscriem rezultatele în tabelul
* acoperim pe rând elementele egale cu zero din tabelul 3, prin tăierea unui număr de rânduri şi coloane în toate modurile posibile, calculând de fiecare dată câte o sumă.

Tabelul 3

**Scăderea distanţei celei mai mici pe coloane**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |  |
| **A1** | **5** | **7** | **0** | **0** | **4** | **180** |
| **A2** | **0** | **0** | **2** | **16** | **3** | **80** |
| **A3** | **0** | **9** | **4** | **3** | **0** | **160** |
|  | **60** | **100** | **80** | **120** | **60** | **420** |

Exemplu: acoperind rândul 1, va trebui de acoperit şi coloanele 1, 2, 5, care conţin zerouri. În acest caz, vom avea:

Se suprimă câte un rând:

S1 = A1 + B1 + B2 + B5 = 180 + 60 + 100 + 60 = 400

S2 = A2 + B1 + B3 + B4 + B5 = 80 + 60 + 80 + 120 + 60 = 400

S3 = A3 + B1 + B2 + B3 + B4 = 160 + 60 + 100 + 80 + 120 = 520

Se suprimă câte două rânduri:

S4 = A1 + A2 + B1 + B5 = 180 + 80 + 60 + 60 = 380

S5 = A1 + A3 + B1 + B2 = 180 + 160 + 60 + 100 = 500

S6 = A2 + A3 + B3 + B4 = 80 + 160 + 80 + 120 = 440

Se suprimă câte trei rânduri:

S7 = A1 + A2 + A3 = 180 + 80 + 160 = 420

Pentru ca soluţia din tabelul să fie optimă trebuie ca suma minimă din relaţiile de mai sus să fie egală cu cantităţile de gunoi disponibile, adică cu 420 tone, ori, suma minimă este 380, deci e mai mică decât 420, ceea ce înseamnă că soluţia iniţială nu este optimă, ci trebuie îmbunătăţită.

Pentru aceasta se suprimă rândurile şi coloanele care au condus la S minim = 380, adică rândurile 1, 2 şi coloanele 1, 5 (tabelul 4).

Tabelul 4

**Prima suprimare a rândurilor care au dus la S. minim**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |  |
| **A1** | **5** | **7** | **0** | **0** | **4** | **180** |
| **A2** | **0** | **0** | **2** | **16** | **3** | **80** |
| **A3** | **0** | **9** | **4** | **3** | **0** | **160** |
|  | **60** | **100** | **80** | **120** | **60** | **420** |

Din pătrăţelele rămase netăiate se vede care este elementul minim. În cazul nostru este 3 (A3/B4). Aceasta se adună la numerele din pătrăţelele tăiate simultan atât pe orizontal cât şi pe vertical (în cazul nostru: A1/B1; A2/B1; A1/B5 şi A2/B5) şi se scade din numerele din pătrăţelele rămase netăiate (A3/B2;

A3/B3; A3/B4).

Celelalte numere rămân neschimbate (tabelul 5).

Tabelul 5

**Adunarea şi scăderea elementului minim**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |  |
| **A1** | **8** | **7** | **0** | **0** | **7** | **180** |
| **A2** | **3** | **0** | **2** | **16** | **6** | **80** |
| **A3** | **0** | **6** | **1** | **0** | **0** | **160** |
|  | **60** | **100** | **80** | **120** | **60** | **420** |

Se verifică apoi dacă tabelul conduce la soluţia optimă, procedând în acelaşi mod ca şi tabelul 5.

S1 = A1 + B1 + B2 + B4 + B5 = 180 + 60 + 100 + 120 + 60 = 520

S2 = A2 + B1 + B3 + B4 + B5 = 80 + 60 + 80 + 120 + 60 = 400

S3 = A3 + B2 + B3 + B4 = 160 + 100 + 80 + 120 = 460

S4 = A1 + A2 + B1 + B4 + B5 = 180 + 80 + 60 + 120 + 60 = 500

S5 = A1 + A3 + B2 = 180 + 160 + 100 = 440

S6 = A1 + A3 + B3 + B4 = 80 + 160 + 80 + 120 = 440

S7 = A1 + A2 + A3 = 180 + 80 + 160 = 420

Valoarea minimă a lui S este 400, care este mai mică decât 420 – deci soluţia nu este optimă. Procedăm deci în continuare, în mod asemănător ca şi în cazul anterior, adică suprimăm rândurile şi coloanele care au condus la S minim (tab. ..) şi apoi scădem sau adunăm elementul minim (tab. 6).

Tabelul 6

A doua suprimare a rândurilor şi coloanelor care au condus la S minim

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |  |
| **A1** | **8** | **7** | **0** | **0** | **7** | **180** |
| **A2** | **3** | **0** | **2** | **16** | **6** | **80** |
| **A3** | **0** | **6** | **1** | **0** | **0** | **160** |
|  | **60** | **100** | **80** | **120** | **60** | **420** |

Tabelul 7

**Obţinerea valorilor nedeterminate**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |  |
| **A1** | **8**  X11 | **1**  X12 | **0**  X13 | **0**  X14 | **7**  X15 | **180** |
| **A2** | **9**  X21 | **0**  X22 | **8**  X23 | **22**  X24 | **12**  X25 | **80** |
| **A3** | **0**  X31 | **0**  X32 | **1**  X33 | **0**  X34 | **0**  X35 | **160** |
|  | **60** | **100** | **80** | **120** | **60** | **420** |

Se verifică dacă tabelul 6.15 ne conduce la soluţia optimă, în care scop calculăm sumele:

S1 = A1 + B1 + B2 + B4 + B5 = 180 + 60 + 100 + 120 + 60 = 520

S2 = A2 + B1 + B3 + B4 + B5 = 80 + 60 + 100 + 80 + 120 + 60 = 500

S3 = A3 + B2 + B3 + B4 = 160 + 100 + 80 + 120 = 460

S4 = A1 + A2 + B1 + B2 + B4 +B5 = 180 + 80 + 60 + 100 + 120 + 60 = 600

S5 = A1 + A3 + B2 = 180 + 160 + 100 = 440

S6 = A2 + A3 + B3 + B4 = 80 + 160 + 80 + 120 = 440

S7 = A1 + A2 + A3 = 180 + 80 + 160 = 420

Întrucât S minim este 420, deci egal cu cantităţile de gunoi disponibil, tabelul 20 ne va da soluţia optimă.

Pentru a obţine această soluţie vom pune:

Xij = 0 în locul elementelor diferite de zero

Xij = 0 în locul elementelor egale cu zero, din tabelul 7.

Obţinem astfel situaţia din tabelul 8, în care:

x11 = x12 = x15 = x21 = x23 = x24 = x25 = x33 = 0

Tabelul 8

**Obţinerea valorilor nedeterminate**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |  |
| **A1** | **0** | 0 | X13 | X14 | 0 | **180** |
| **A2** | 0 | X22 | 0 | 0 | 0 | **80** |
| **A3** | X31 | X32 | 0 | X34 | X35 | **160** |
|  | **60** | **100** | **80** | **120** | **60** | **420** |

Valorile rămase nedeterminate se obţin uşor, dacă ţinem seama că suma

elementelor pe rânduri trebuie să fie egală cu datele din ultima coloană, iar

suma elementelor pe coloane trebuie să fie egală cu datele din ultimul rând. Se

ajunge astfel la soluţia din tabelul 9.

Tabelul 9

**Soluţia optima**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |  |
| **A1** | **0** | **0** | **80** | **100** | **0** | **180** |
| **A2** | **0** | **80** | **0** | **0** | **0** | **80** |
| **A3** | **60** | **20** | **0** | **20** | **60** | **160** |
|  | **60** | **100** | **80** | **120** | **60** | **420** |

Numărul de t.km ce se va efectua va fi:

(80.3) + (100.5) = 740 t.km

80.7 = 560 t.km

(60.1) + (20.15) + (20.6) + (60.4) = 720 t.km

Total 2020 t.km\*

Întreaga activitate de transport, exprimată în t.km, va fi minimă şi egală

cu 2020 t.km. Un alt plan de transport care să conducă la un număr mai mic

de t.km, în condiţiile date nu poate exista.

**Metoda Simplex**

Metoda Simplex este una dintre metodele de optimizare liniară pentru rezolvarea problemei de transport, care minimizează costul total de transport.

**Explicația codului pentru metoda Simplex**

A screen shot of a computer

Description automatically generated

Importăm bibliotecile necesare: numpy pentru manipularea matricilor și scipy.optimize.linprog pentru a aplica metoda Simplex.

**Funcția de rezolvare a problemei de transport folosind metoda Simplex**

**A screen shot of a computer program

Description automatically generated**

Am transformat matricea de costuri într-un vector unidimensional pentru a putea aplica metoda Simplex. De asemenea, am definit constrângerile de egalitate pentru ofertă și cerere.

**Construirea constrângerilor pentru ofertă și cerere**

**A screen shot of a computer program

Description automatically generated**

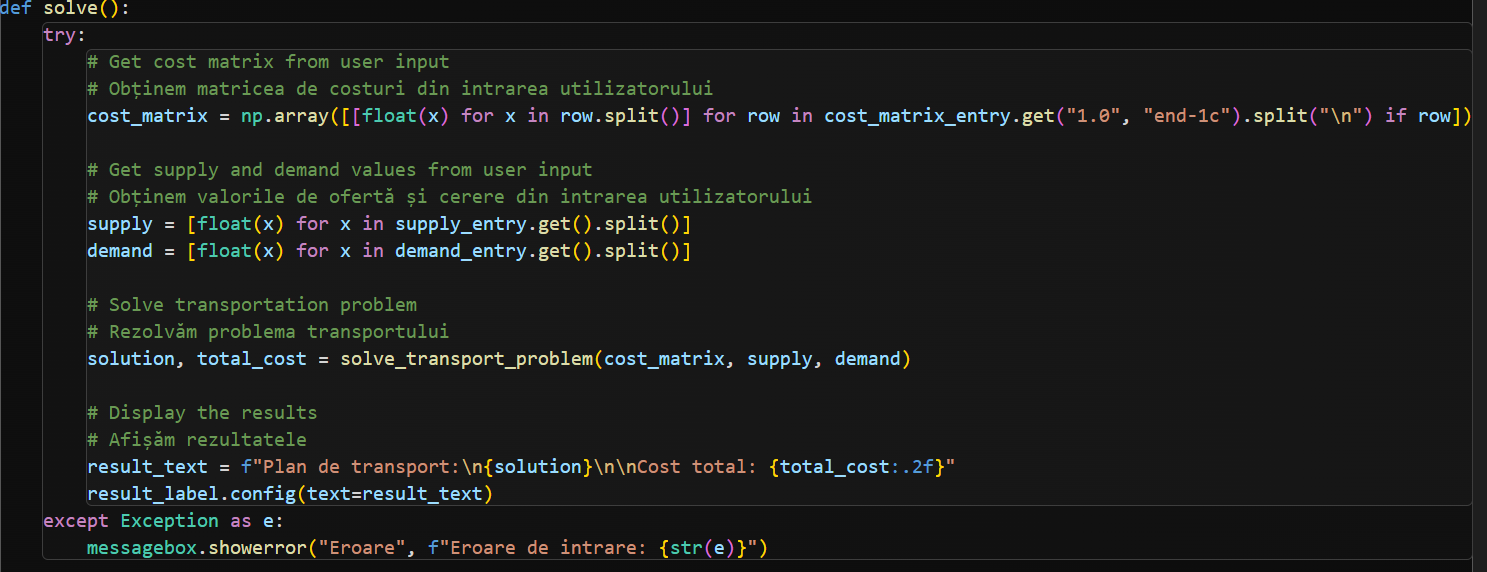
Am adăugat constrângerile de ofertă și cerere în A\_eq și b\_eq pentru a construi sistemul de ecuații al problemei de transport.

**Rezolvarea problemei de transport și calcularea costului total**

**A computer screen shot of a program code

Description automatically generated**

Rezolvăm problema transportului utilizând linprog și reformatăm soluția într-o matrice pentru a obține planul de transport. Calculăm costul total prin înmulțirea fiecărei valori de transport cu costul asociat.



**Interfața grafică pentru utilizator (GUI)**

Am creat o interfață grafică simplă folosind Tkinter, care permite utilizatorului să introducă matricea de costuri, valorile pentru ofertă și cerere, și să vizualizeze soluția și costul total.

**Exemplu de cod pentru GUI:**

A screen shot of a computer program

Description automatically generated

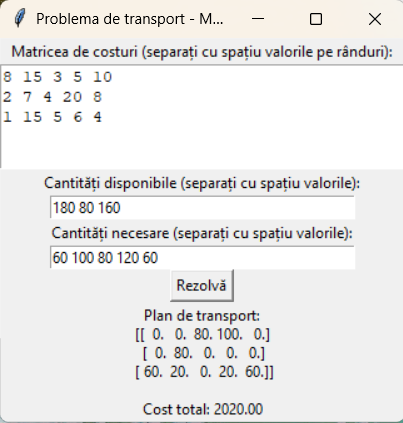
A screen shot of a computer

Description automatically generated

Acest cod inițializează o interfață grafică care permite utilizatorului să introducă datele problemei și să rezolve problema apăsând butonul Rezolvă

A screenshot of a computer

Description automatically generated



**Concluzie**

În acest proiect, am demonstrat două metode de rezolvare a problemei de transport. Prima metodă manuală de acoperire a zerourilor, iar a doua este metoda folosește algoritmul Simplex. Acest proiect arată cum poate fi aplicată optimizarea liniară în problemele reale de transport, oferind o soluție eficientă și cost-eficientă.